

GROUPE DE TRAVAIL DE TOPOLOGIE QUANTIQUE IMAG-IMT
SESSION DU JEUDI 25 AVRIL 2024
SALLE 109 (8H30–13H) PUIS 430 (14H30–17H30)

Thème : Modèles homologiques des représentations quantiques des groupes modulaires.

PROGRAMME

8h45. Bloc quantique (M. De Renzi, IMAG, [DM22]) :

- TQFT de Kerler–Lyubashenko

$$J_H : 3\text{Cob} \rightarrow H - \text{mod}$$

- pour une algèbre de Hopf enrubannée H factorisable, définition algorithmique;
- Preuve de l’invariance.

10h–11h20, salle 430, séminaire AGATA : Amina Abdurrahman (Stony Brook), TBA.

11h20–11h30. Pause Café.

11h30. Bloc homologique (P. Godfard, IMJ, [Mar22, DM22], [God24, §4.3- §5]) :

Le but de cet exposé est d’expliquer comment retrouver homologiquement les produits tensoriels de modules irréductibles de dimension finie de $U_q^{\frac{1}{2}res}(\mathfrak{sl}_2)$ et les représentations de Reshetikhin-Turaev (pour $U_\zeta(\mathfrak{sl}_2)$).

- Homologie semi-relative: dualité de Poincaré et produits tensoriels de modules irréductibles de dimension finie de $U_q^{\frac{1}{2}res}(\mathfrak{sl}_2)$;
- Homologie absolue: complexe cellulaire de Fox-Neuwirth-Fuk et complexe de Hochschild des puissances divisées de F ;
- Aux racines de l’unité: représentations de Reshetikhin-Turaev ;
- Application: structure de Hodge sur les représentations de Reshetikhin-Turaev.

14h30. Bloc algèbres de modules (M. Faitg, IMT, [Fai20a, §5.5, §6], [Fai20b, §4.1], [BFR23, §6]) : Le but de cet exposé est de relier les objets introduits précédemment avec deux constructions célèbres en topologie quantique : la représentation de Lyubashenko et les algèbres d’écheveaux.

- Rappels rapides sur $\mathcal{L}_{g,n}(H)$ et la représentation projective de $\text{MCG}(\Sigma_{g,n})$ associée.
- Formules pour la représentation de certains twists de Dehn.
- Corollaire : équivalence avec la représentation de Lyubashenko.
- Lien avec les algèbres d’écheveaux (à états) via les applications “holonomie” et “boucle de Wilson”

$$\text{hol} : \mathcal{S}_H^{\text{st}}(\Sigma_{g,n}^\circ) \rightarrow \mathcal{L}_{g,n}(H), \quad W : \mathcal{S}_H(\Sigma_{g,n}^\circ) \rightarrow \mathcal{L}_{g,n}^{\text{inv}}(H)$$

- Équivariance de ces applications sous l’action de $\text{Mod}(\Sigma_{g,n}^\circ)$.

Pour simplifier on prendra $n = 0$.

16h. Bloc algèbres d'écheveaux à états (J. Korinman, IMAG, [Koj22, KojMu22]) :

Le but de cet exposé est d'introduire les algèbres d'écheveaux à états et leurs liens avec les exposés précédent.

- Définitions de base des algèbres d'écheveaux à états, propriétés de recollement, de fusion, version réduites.
- Représentations des algèbres d'écheveaux à états aux racines de l'unités et construction de représentations des groupes modulaires de surfaces associées.
- Liens avec l'exposé de Benjamin (internal skein algebras) et celui de Matthieu ($\mathcal{L}_{g,n}$).
- Lien avec l'exposé de Marco (la TQFT de Lyubashenko).
- Lien avec des invariants de noeuds quantiques (Kashaev, Geer-Patureau Mirand, Blanchet-Geer-Patureau Mirand-Reshetikhin).

REFERENCES

- [DM22] M. De Renzi, J. Martel, *Homological construction of quantum representations of mapping class groups*, [ArXiv:2212.10940](#)
- [Fai20a] M. Faitg, *Projective representations of mapping class groups in combinatorial quantization*, *Comm. Math. Phys.* 377 (2020), 161–198.
- [Fai20b] M. Faitg, *Holonomy and (stated) skein algebras in combinatorial quantization*, [arXiv:2003.08992](#). To appear in *Quantum Topology*.
- [BFR23] S. Baseilhac, M. Faitg, P. Roche, *Unrestricted quantum moduli III: surfaces of arbitrary genus and skein algebras*, [arXiv:2302.00396](#).
- [Hai22] B. Haïoun, *Relating stated skein algebras and internal skein algebras*, *SIGMA* 18, 2022, [arXiv:2104.13848](#).
- [God24] P. Godfard, *Construction of Hodge structures on the $SO(3)$ modular functors*, 2024, [arXiv:2402.16804](#).
- [Mar22] J. Martel *A homological model for $U_q\mathfrak{sl}(2)$ Verma-modules and their braid representations*, 2022, *Geometry & Topology* 26, no. 3.
- [Koj22] J.Korinman *Mapping class group representations derived from stated skein algebras*, 2022, *SIGMA* 18, no. 64. [ArXiv:2201.07649](#)
- [KojMu22] J.Korinman and J.Murakami *Relating quantum character varieties and skein modules*, [ArXiv:2211.04525](#)